

(1) (d) neplatí, stačí zvolit $S=x, g=1$

O těchto funkcích víme, že jsou lineárně nezávislé, což lze rovněž snadno ověřit výpočtem wronskiana

$$W(x) = \det \begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = -1 \neq 0$$

Funkce $S'=1$ a $g'=0$ jsou lineárně závislé, protože $0 = 0 \cdot S' + 1 \cdot g'$.

(2) (c)(i) neplatí, stačí zvolit $a_n = \frac{1}{n^2}, b_n = -1$

(ii) neplatí, stačí opět zvolit $a_n = \frac{1}{n^2}, b_n = -1$

(iii) platí, obě řady mají nezáporné členy a tedy stačí použít srovnávací kritérium

(3)(d) Podle věty o diferenciálu složeného zobrazení máme

$$\nabla(g \circ F)(3,5) = \nabla g(1,1) \cdot J_F(3,5) = (-3, 2) \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} = (-7, -13)$$